أساسيات الاتصالات الرقمية

نظرية أخذ العينات

الجدارة: التعرف على نظرية أخذ العينات المثالية وغير المثالية (الطبيعية).

الأهداف: بعد دراسة هذه الوحدة يكون المتدرب قادراً على:

- مراجعة تحويل فوريير
- التعرف على إشارة النبضة المثالية
- التعرف على نظرية أخذ العينات (الحالة المثالية)
- التعرف على نظرية أخذ العينات (الحالة غير المثالية)

الوقت المتوقع للتدريب: ٥ ساعات.

الوسائل المساعدة:

١- سبورة
٢- جهاز العرض أو السبورة الذكية مع جهاز الحاسب
٣- معمل أساسيات الاتصالات الرقمية

متطلبات الجدارة:

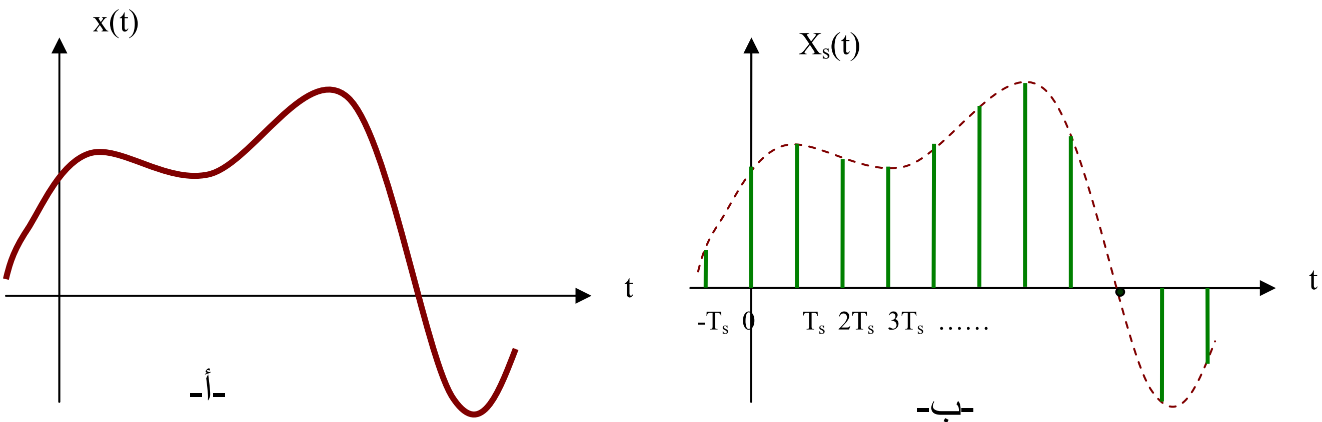
اجتياز مقرر أساسيات الاتصالات

٢- نظرية أخذ العينات Sampling Theory

٢- ١ مقدمة

كما أشرنا سابقاً، تنقسم الإشارات إلى تماثلية ورقمية، والتي تمثل زمنياً كإشارات متصلة ومتقطعة زمنياً. إن عملية إرسال الإشارات ذات الطبيعة الرقمية تتم بشكل سهل ومباشر في أنظمة الاتصالات الرقمية، بينما في حالة الإشارات التماثلية (مثل الإشارات الصوتية والمرئية) فلا يمكن الإرسال قبل معالجتها بشكل يسمح بتحويلها من إشارات متصلة زمنياً إلى إشارات متقطعة زمنياً وهو ما يسمى عملية أخذ العينات (Sampling).

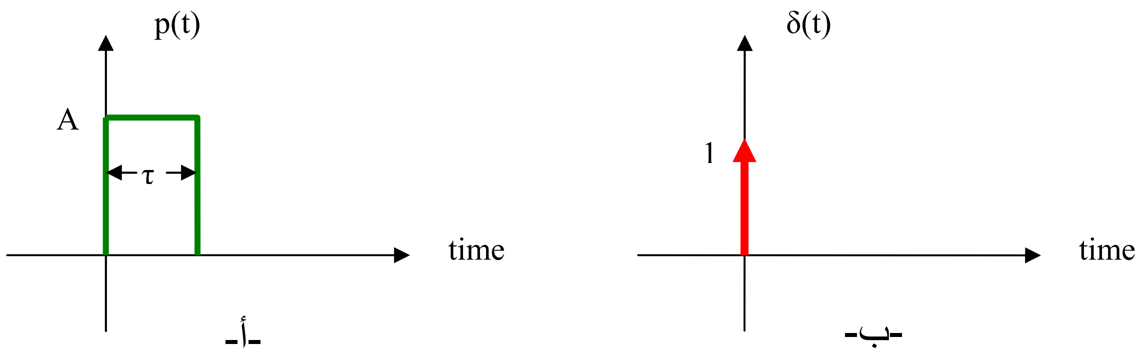
إن المقصود بأخذ العينات هو تحويل الإشارة التماثلية، المتصلة زمنياً (Continues-time Signal)إلى إشارة متقطعة زمنياً (Discrete-time Signal) وذلك بأخذ عينات من تلك الإشارة في فترات زمنية محددة متباعدة بنفس القيمة والتي تسمى زمن أخذ العينة (Sampling Time) وسوف نرمز لها اختصاراً T_s. يظهر الشكل (٢- ١- أ) إشارة متصلة زمنياً وما يقابلها من إشارة متقطعة زمنياً الشكل (٢- ١- ب) بعد عملية أخذ العينات.



الشكل ٢- ١ الإشارة المتصلة زمنياً (أ) والمتقطعة زمنياً (ب)

٢- ٢ إشارة النبضة المثالية Unit Impulse Signal

عادة ما تتميز النبضات العادية بارتفاع وعرض زمني محددين، بينما يقصد بإشارة النبضة المثالية والتي يرمز لها δ(t) كما هو موضح على الشكل ٢- ٢، بأنها نبضة ذات ارتفاع ما لا نهائي وعرض زمني يساوي الصفر.



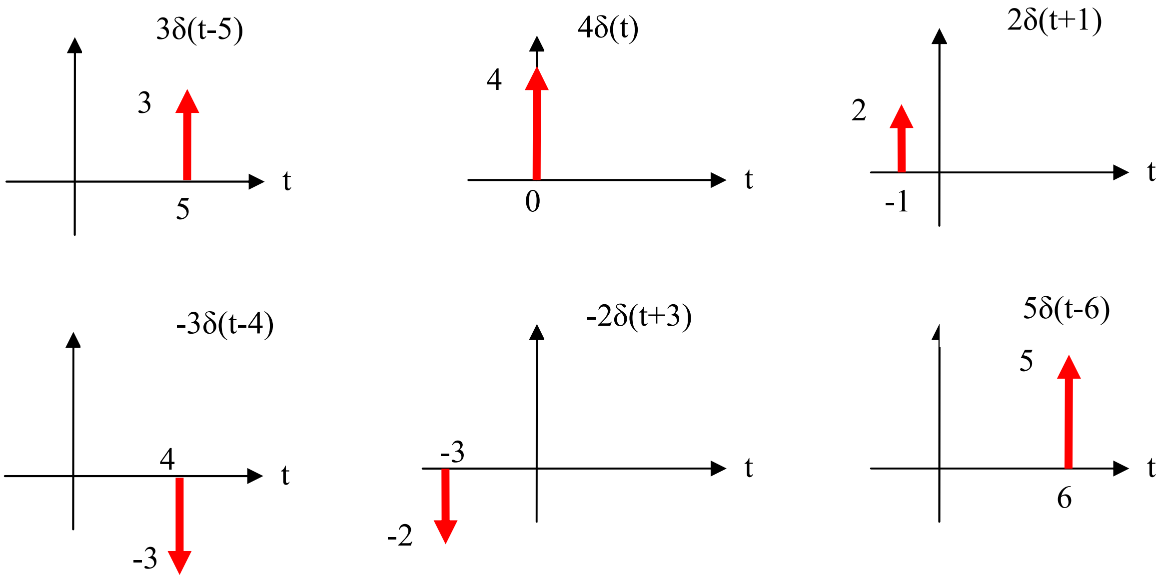
الشكل (٢- ٢) النبضة العادية (أ) والمثالية (ب)

تتميز النبضة المثالية بالخصائص التالية:

- الارتفاع يساوي مالا نهاية.
- العرض الزمني يساوي الصفر.
- الموقع عند نقطة الصفر.
- المساحة تساوي وحدة واحدة، مما يعني أن تكامل الإشارة يساوي الوحدة.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)\, dt = 1 \qquad (1\text{-}2)$$

يمكن للنبضة المثالية أن تأخذ وضعيات مختلفة من ناحية الموقع والمساحة وفقاً للشكل ٢- ٣.



الشكل (٢- ٣) إشارة النبضة المثالية

يظهر الشكل ٢- ٤ إشارة نبضة مثالية دورية تعيد نفسها بانتظام، حيث يمكننا صياغتها وفقاً للعلاقة التالية:

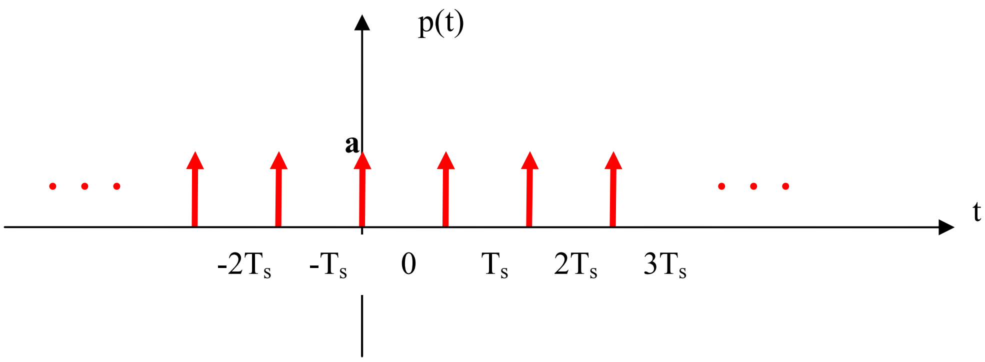
$$P(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a\,\delta(t - nT_s) \qquad (2\text{-}2)$$

حيث تعني الرموز المستخدمة:

a ترمز إلى مساحة النبضة.

T_s ترمز إلى الفترة الزمنية بين النبضات.

n عدد صحيح لتحديد النبضة.



الشكل (٢- ٤) سلسلة نبضات مثالية متتالية بشكل دوري

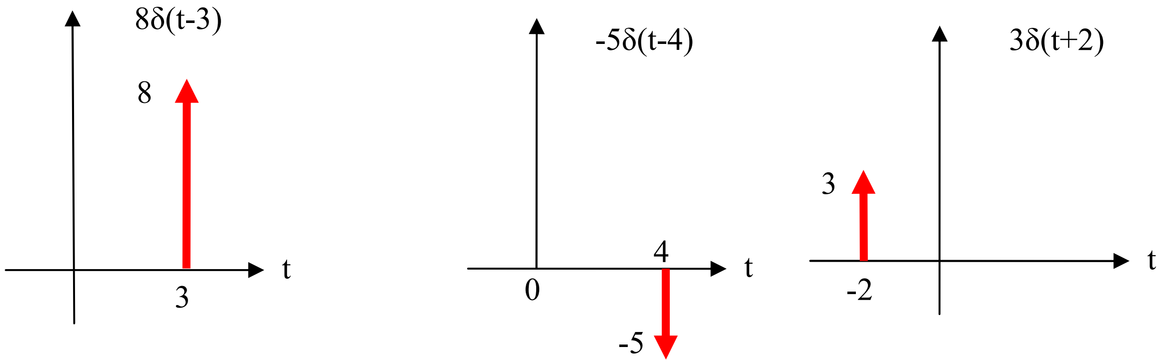
تكمن أهمية النبضة المثالية في استخدامها في عملية أخذ العينات (الحالة المثالية) كما سنشرح ذلك لاحقاً.

مثال ٢- ١

ارسم الإشارات التالية:

أ- $8\ \delta(t-3)$ ب- $-5\ \delta(t-4)$ ج- $3\ \delta(t+2)$

الحل:



الشكل (٢- ٥) حل مثال ٢- ١

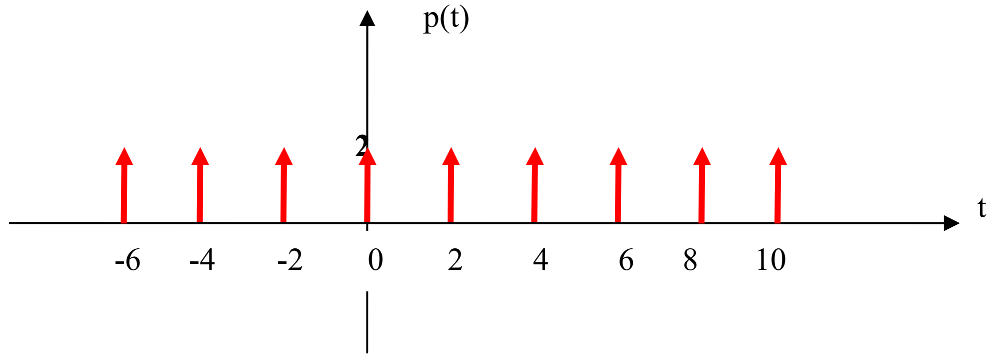
مثال ٢- ٢

ارسم الإشارة التالية:

$$P(t) = \sum_{n=-3}^{+5} 2\,\delta(t - nT_s)$$

علماً بأن $T_s = 2ms$.

الحل:



الشكل ٢- ٦ حل مثال ٢- ٢

٢- ٣ تحويل فوريير Fourier Transform

يمكننا تمثيل الإشارات المستخدمة في أنظمة الاتصالات بطريقتين:

الأولى: في المجال الزمني (Time Domain)، حيث تتغير قيم الإشارة مع تغير الزمن ويمكننا تمثيلها باستخدام دوال رياضية بالاعتماد على متغير الزمن (t). لمشاهدة مثل هذه الإشارات، يمكننا استخدام جهاز راسم الإشارة (Oscilloscope).

الثانية: في المجال الترددي (Frequency Domain)، حيث تتغير قيم الإشارة مع تغير التردد ويمكننا تمثيلها باستخدام دوال رياضية بالاعتماد على متغير التردد (f). لمشاهدة مثل هذه الإشارات، يمكننا استخدام جهاز محلل الطيف الترددي (Spectrum Analyzer).

لتحويل الإشارات من المجال الزمني للمجال الترددي وبالعكس نستخدم طريقة فوريير (Fourier Method)، حيث تستخدم متسلسلة فوريير (Fourier Series) للإشارات الدورية (Periodic Signals) وتحويل فوريير (Fourier Transform) للإشارات الدورية و غير الدورية.

سوف نتناول في هذا الجزء تحويل فوريير بشكل مختصر، وذلك للحاجة في لاستخدامه في الأجزاء القادمة. لتحويل الإشارة من المجال الزمني، $x(t)$ للمجال الترددي $X(\omega)$ نستخدم العلاقة التالية، حيث يجرى التكامل بالنسبة للزمن

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, e^{-j\omega t}\, dt \qquad (3\text{-}2)$$

حيث ترمز ω إلى التردد الزاوي (Angular Frequency) وتقاس بوحدة radian/second. للتحويل إلى التردد العادي f بالهيرتز، نستخدم العلاقة المعروفة (ω = 2πf).

لتحويل الإشارة من المجال الترددي، X(ω) للمجال الزمني، x(t) نستخدم العلاقة التالية، حيث يجرى التكامل بالنسبة للتردد

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)\, e^{+j\omega t}\, d\omega \qquad (4\text{-}2)$$

سوف نركز على نوعين من الإشارات، النبضة المربعة والنبضة المثلثة، بينما نقدم في الجدول ٢- ١ تحويل فورييرلبعض الإشارات المشهورة.

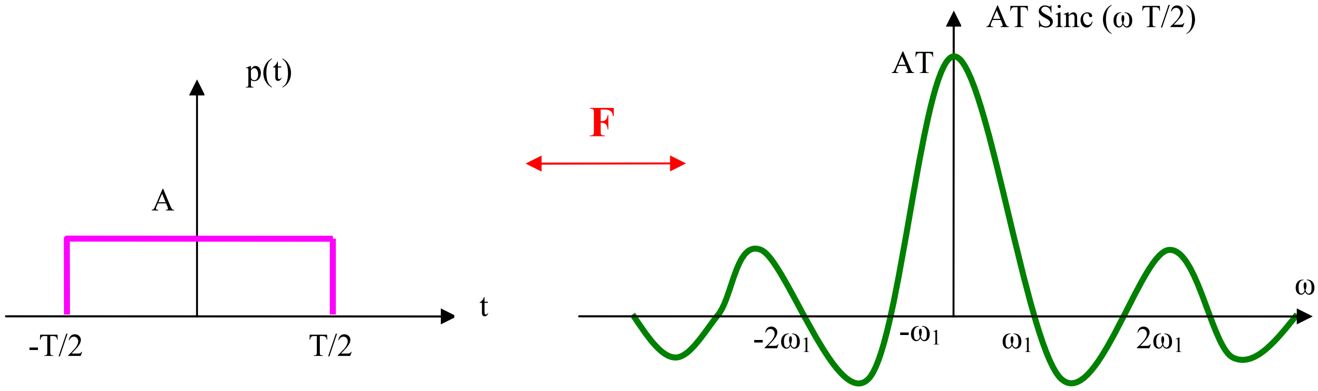
يستخدم الرمز التالي للتعبير عن تحويل فورييرفي الاتجاهين $\stackrel{F}{\longleftrightarrow}$ مثال: $M(\omega) \stackrel{F}{\longleftrightarrow} m(t)$.

الجدول ٢- ١ تحويل فورييرلبعض الإشارات المعروفة

Time Function, f(t)	**Frequency Spectrum, F(ω)**
$\delta(t)$	1
$u(t)$	$\pi\,\delta(\omega) + 1/j\,\omega$
1	$2\pi\,\delta(\omega)$
$e^{-at}\,u(t)$	$1/(a + j\,\omega)$
$\sin(2\pi f_o t)$	$0.5\,[\,\delta(f-f_o) - \delta(f-f_o)\,]$
$\cos(2\pi f_o t)$	$0.5\,[\,\delta(f-f_o) + \delta(f-f_o)\,]$
$te^{-at}\,u(t)$	$1/(a + j\,\omega)^2$

٢- ٣- ١ النبضة المربعة Rectangular Pulse

للتسهيل، سوف نقوم باستخدام النتيجة الجاهزة لتحويل فوريير للنبضة المربعة بدون إجراء عملية التكامل. يمثل الشكل ٢- ٧ نبضة مربعة و تحويل فوريير لها.



الشكل (٢- ٧) النبضة المربعة وتحويل فوريير

الرموز المستخدمة:

Sinc: دالة مثلثية خاصة ($\text{sinc}\ x = \sin x / x$)

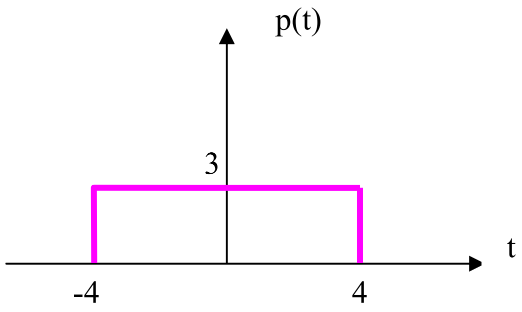
T: عرض النبضة (بوحدة الزمن)، Pulse Width

A: سعة النبضة (الارتفاع)، Amplitude

ω_1: التردد الأول (الأساسي) وقيمته ($= 2\pi/T$)، Fundamental Frequency

$2\omega_1$: التردد الثاني ($= 4\pi/T$) وهكذا بالنسبة لبقية الترددات والتي هي مضاعفات التردد الأول والتي سوف تستمر إلى ما لا نهاية. كلما ازداد التردد نقص ارتفاع دالة sinc.

مثال ٢- ٣ أوجد تحويل فوريير للإشارة على الشكل ٢- ٨.



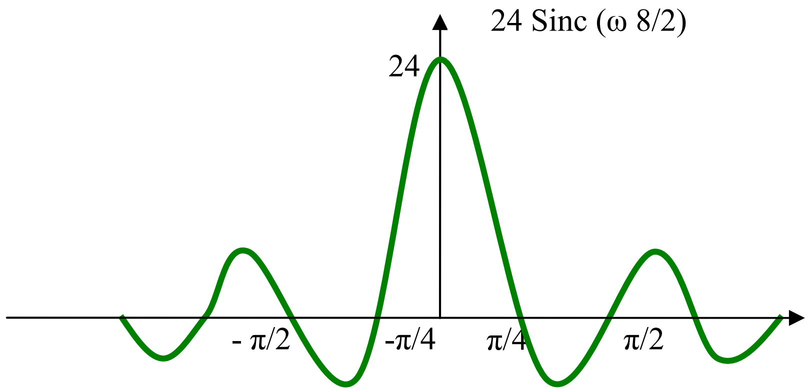
الشكل (٢- ٨)

الحل:

يتضح من الشكل أعلاه، بأن $T = 8$ و $A = 3$ وبذلك تكون الترددات:

$$\omega_1 = 2\pi/T = 2\pi/8 = \pi/4,\ 2\omega_1 = 4\pi/T = 4\pi/8 = \pi/2,\ \ldots..$$

وبناء على ذلك يكون تحويل فوريير:

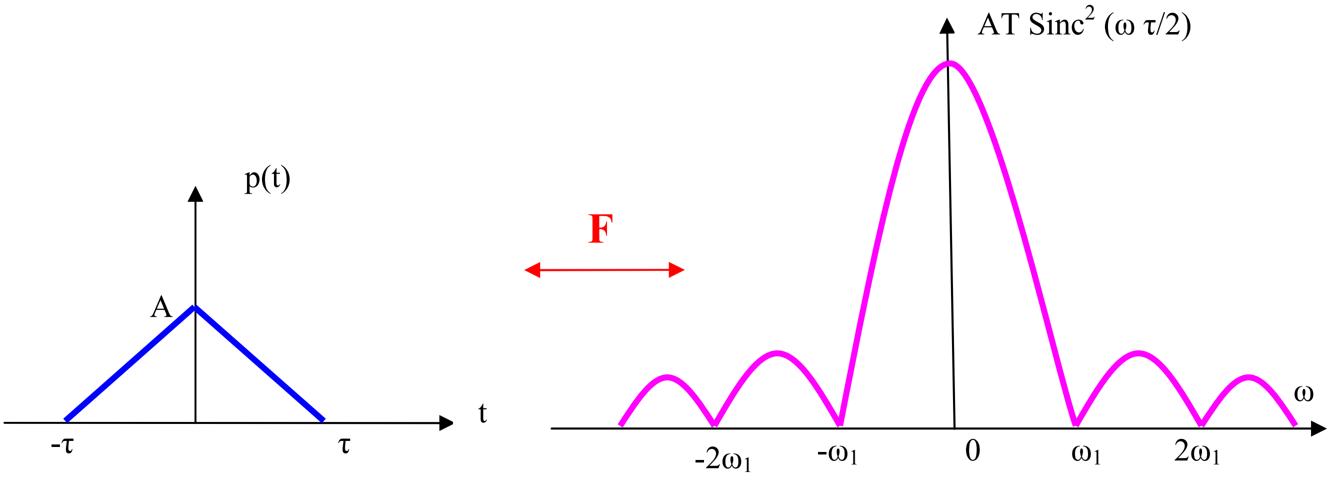


الشكل (٢- ٩) حل مثال ٢- ٣

٢- ٣- ٢ النبضة المثلثة Triangular Pulse

للتسهيل، سوف نقوم باستخدام النتيجة الجاهزة لتحويل فوريير للنبضة المثلثة بدون إجراء عملية التكامل.

يمثل الشكل ٢- ١٠ نبضة مثلثة و تحويل فوريير لها.



الشكل (٢- ١٠) النبضة المثلثة وتحويل فوريير

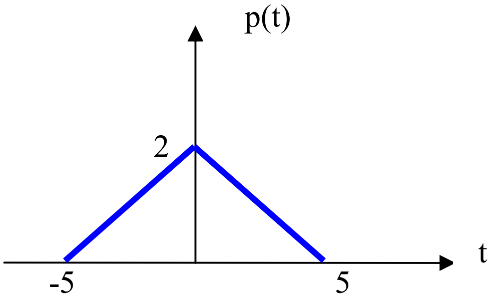
2τ: عرض قاعدة النبضة (بوحدة الزمن). يكون عرض النبضة يساوي τ على مستوى نصف الارتفاع.

A: سعة النبضة (الارتفاع)، Amplitude

ω_1: التردد الأول (الأساسي) وقيمته ($= 2\pi/\tau$)، Fundamental Frequency

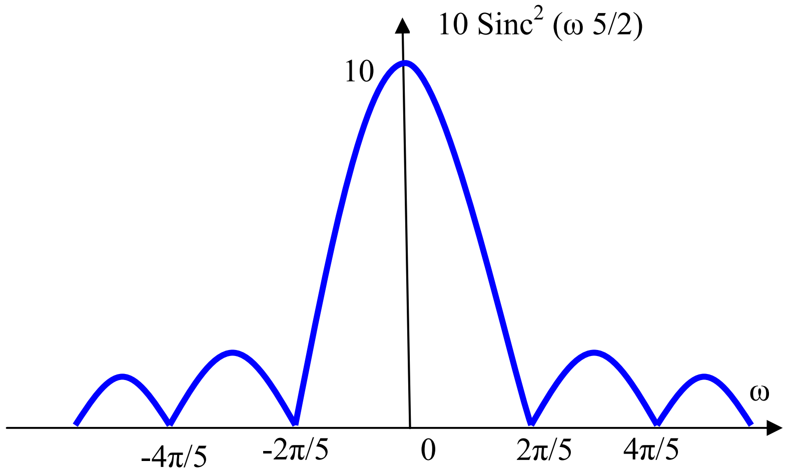
$2\omega_1$: التردد الثاني ($= 4\pi/\tau$) وهكذا بالنسبة لبقية الترددات والتي هي مضاعفات التردد الأول والتي سوف تستمر إلى ما لا نهاية. كلما ازداد التردد نقص ارتفاع دالة sinc^2. من الملاحظ أن التربيع يلغي الأجزاء السالبة حيث تصبح موجبة.

مثال ٢- ٤ أوجد تحويل فوريير للإشارة على الشكل ٢- ١١.



الشكل (٢- ١١)

الحل:



الشكل (٢- ١٢) حل مثال ٢- ٤

٢- ٤ نظرية أخذ العينات Sampling Theory

إن أشهر أنواع الإشارات المستخدمة في أنظمة الاتصالات المختلفة هي الإشارات الصوتية (Audio) والمرئية (Video)، وهذه الإشارات بطبيعتها تماثلية، أي أنها إشارات متصلة مع الزمن. لكي نستطيع إرسال تلك الإشارات عبر أنظمة الاتصالات الرقمية،يجب تحويلها إلى صيغة تناسب إرسالها عبر النظام الرقمي، حيث تسمى هذه العملية بالتحويل من التماثلي للرقمي (Analog to Digital Conversion) والتي تعرف اختصاراً (A/D)، بينما التحويل العكسي في المستقبل يعرف ب (D/A). إن أول مرحلة في هذا التحويل هو تحويل المتغير الزمني (t) من متغير متصل إلى متغير متقطع عند قيم زمنية محددة والتي تعيد نفسها بانتظام مما يسمح بأخذ عينات الإشارة التماثلية (Sampling) عند تلك القيم الزمنية مما يسمح بإرسالها عبر النظام الرقمي بعد إجراء عدد من العمليات عليها والتي سنتعرف عليها في الوحدات القادمة. إن الهدف من نظرية أخذ العينات هو تحديد العدد المناسب للعينات في الثانية الواحدة حتى نتمكن من استرجاع الإشارة الأصلية في المستقبل. هنالك نوعان من عملية أخذ العينات، النوع المثالي والنوع الطبيعي (غير المثالي).

٢- ٤- ١ أخذ العينات المثالي Ideal Sampling

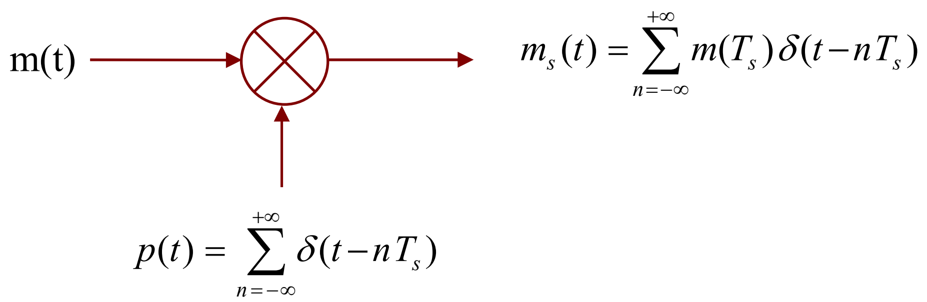
إن ما يميز الطريقة المثالية لأخذ العينات هو استخدام إشارة النبضات المثالية δ(t) (Unit Impulses) والتي سوف تقوم بتقطيع الإشارة التماثلية m(t) وتحويلها إلى عينات عند نقاط زمنية محددة تسمى الزمن الدوري للعينات (Sampling Period) ورمزها T_s. إن الإشارة الناتجة هي مجموعة من العينات المتباعدة عن بعضها البعض بمقدار T_s والتي سنرمز لها بالرمز $m_s(t)$. رياضياً سوف نعبر عن ذلك من خلال العلاقات البسيطة التالية:

$$p(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_s) \qquad (2\text{-})$$

$$m_s(t) = m(t) \times p(t) \qquad (2\text{-}6)$$

$$m_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} m(t)\delta(t - nT_s) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} m(T_s)\delta(t - nT_s) \qquad (2\text{-}7)$$

يوضح الشكل ٢- ١٣ المخطط البسيط لعملية أخذ العينات المثالية، حيث يتم إدخال إشارة النبضات المثالية والإشارة التماثلية على دائرة تقوم بعملية الضرب (Multiplier or Mixer) ناتجها هو إشارة العينات.



الشكل (٢- ١٣) مخطط عملية أخذ العينات المثالية

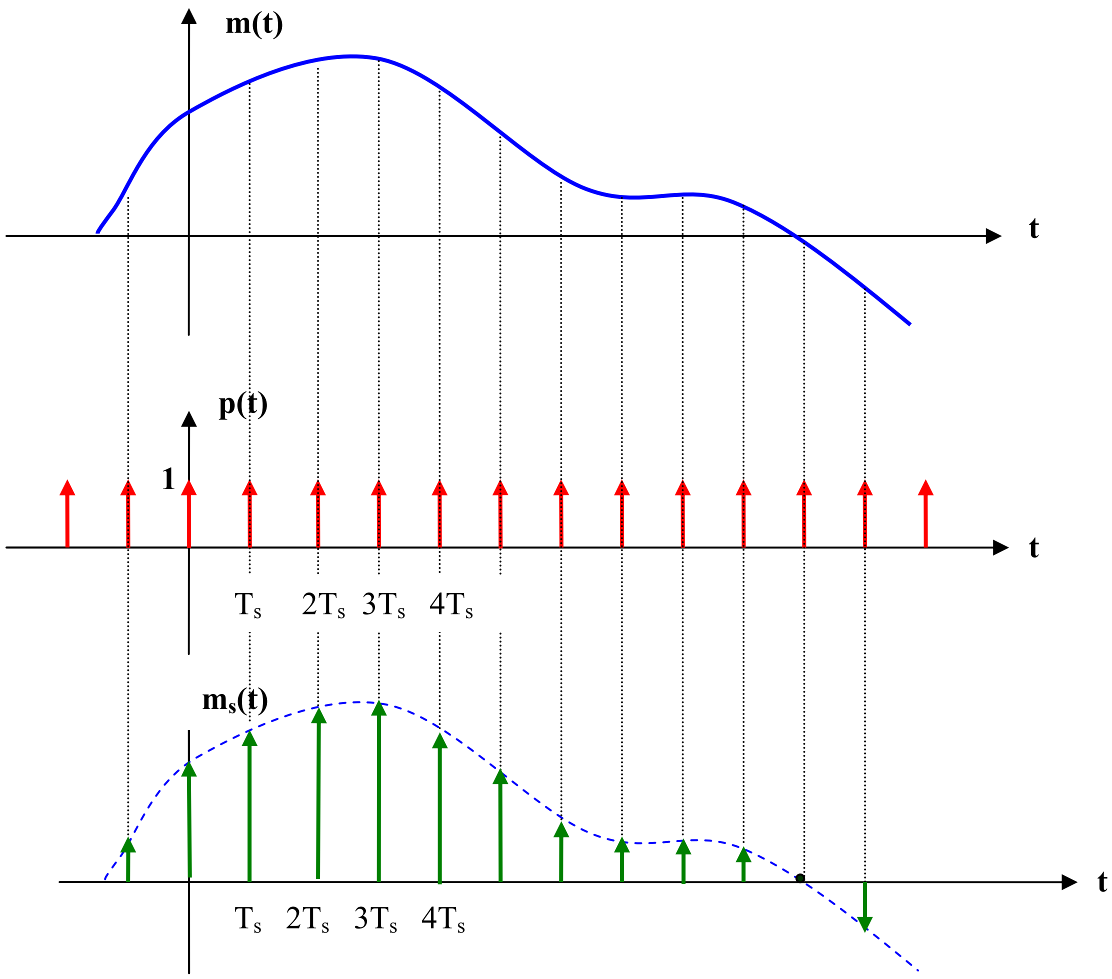
إن معكوس قيمة T_s يسمى تردد العينات (Sampling Frequency) ورمزه f_s ويمثل عدد العينات الواجب أخذها للإشارة التماثلية في الثانية الواحدة. يظهر الشكل ٢- ١٤ عملية أخذ العينات لإشارة تماثلية، حيث تظهر جميع الإشارات بدلالة الزمن (رسم توضيحي في المجال الزمني).

لتوضيح عملية أخذ العينات في المجال الترددي، يجب معرفة تحويل فوريير للإشارة التماثلية m(t) (ذات ترددات من صفر ولغاية W هيرتز) والذي سنرمز له M(f) وإشارة النبضات p(t) والتي سنرمز لها P(f) وإشارة العينات $m_s(t)$ والتي سنرمز لها $M_s(f)$. رياضياً، سوف نعبر عن ذلك من خلال العلاقات البسيطة التالية:

$$P(f) = \frac{1}{T_s}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(f - nf_s) \qquad (8\text{-}2)$$

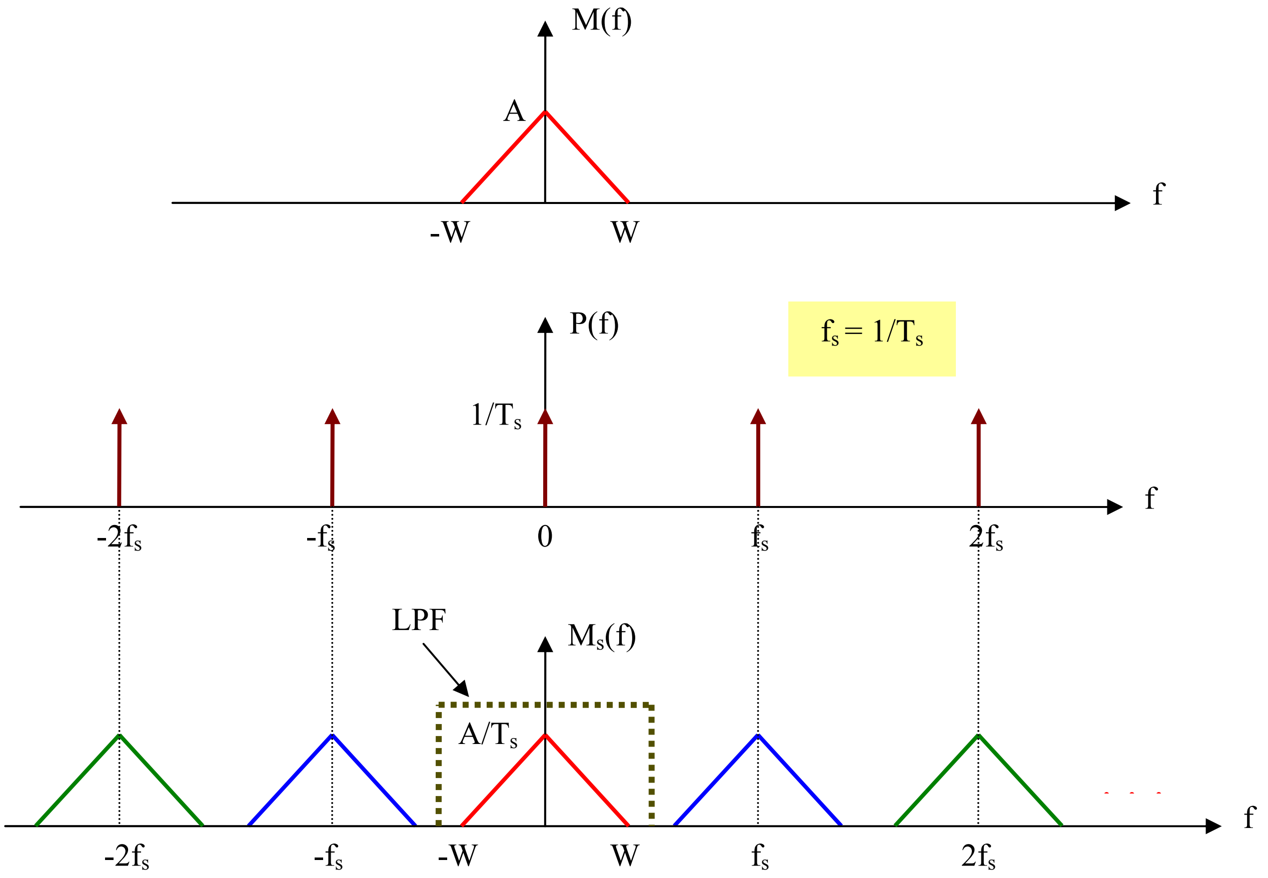
$$M_s(f) = \frac{1}{T_s}\sum_{n=-\infty}^{\infty}M(f - nf_s) \qquad (9\text{-}2)$$

إن ما يميز إشارة النبضة المثالية (Unit Impulse) في المجال الترددي δ(f) هو أنها كعنصر محايد مع الإشارة M(f)، بمعنى أنها تعيد الإشارة M(f). يظهر الشكل ٢- ١٥ عملية أخذ العينات لإشارة تماثلية في المجال الترددي.



الشكل (٢- ١٤) عملية أخذ العينات المثالية

كما هو موضح على الشكل ٢- ١٥، فإن الطيف الترددي لإشارة العينات $M_s(f)$ يحتوي الإشارة الأصلية $M(f)$ ونسخ مكررة منها ولكن بمواقع جديدة (عند تردد f_s ومضاعفاته) وتستمر نظرياً إلى ما لا نهاية. إن ما يهمنا في الاستقبال هو استرجاع الإشارة الأصلية وذلك من خلال اختيارها لوحدها من الطيف الترددي وذلك باستخدام المرشح منخفض التردد (LPF) والذي سيلغي جيع المكونات الترددية أعلى من تردد الإشارة الأصلية W.



الشكل (٢- ١٥) عملية أخذ العينات في المجال الترددي

٢- ٤- ٢ نظرية أخذ العينات Sampling Theorem

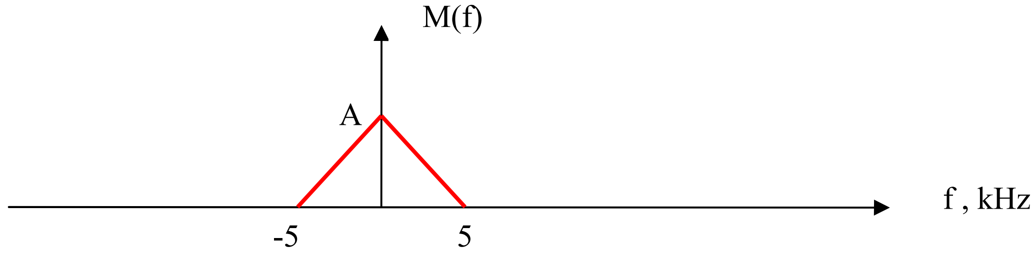
لتكن m(t) إشارة تماثلية ذات نطاق ترددي من صفر إلى W هيرتز (أعلى تردد تحتويه هو W هيرتز)، لكي نستطيع تحويلها إلى عينات بشكل يسمح باسترجاعها في المستقبل بالشكل والجودة المناسبة يجب أن يكون تردد أخذ العينات وفقاً للعلاقة التالية:

$$f_s \geq 2W \qquad (10\text{-}2)$$

إن حالة $f_s = 2W$ تعتبر أقل قيمة تردد مسموح به وتسمى معدل أو تردد Nyquist. في الحالات العملية، يجب أن يكون تردد العينات أكبر من تردد Nyquist مما يسهل تصميم المرشح المستخدم في المستقبل لتمرير ترددات الإشارة الأصلية للتمكن من استرجاعها. لتوضيح ذلك، نقوم بحل الأمثلة التالية.

مثال ٢- ٥

لديك إشارة تماثلية m(t) ذات طيف ترددي كما هو موضح على الشكل أدناه، يراد أخذ عيناتها من أجل تحويلها إلى إشارة رقمية. ارسم الطيف الترددي لإشارة العينات على اعتبار أن تردد العينات f_s بمعدل ٢٠٪ أعلى من تردد Nyquist.



الحل:

من الشكل أعلاه، يتضح أن أعلى تردد للإشارة m(t) هو 5kHz وبالتالي فإن تردد العينات يساوي:

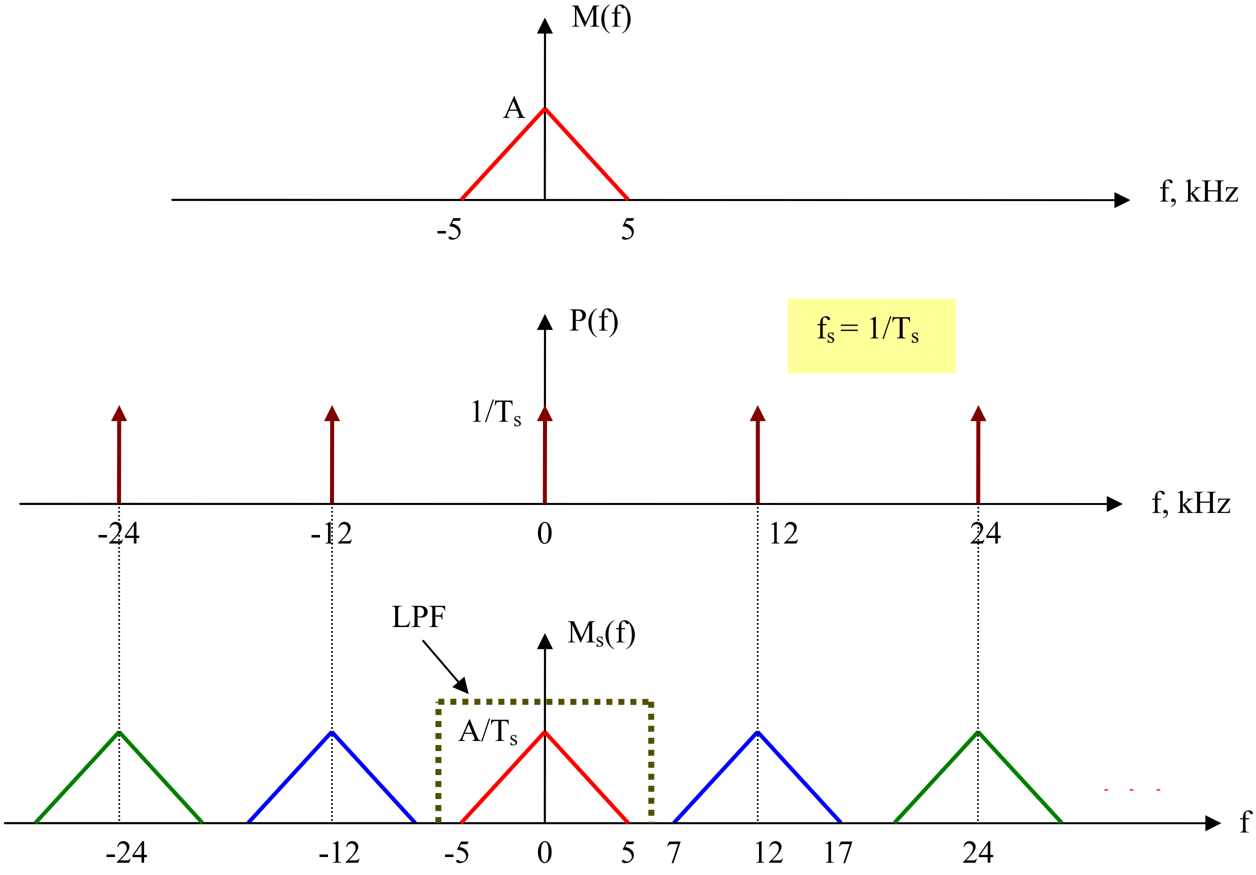
$$f_s = (1 + 0.2) \times 2 \times 5 \text{ kHz} = 12 \text{ kHz}$$

أي أن عدد العينات المطلوب لتحويل الإشارة m(t) من تماثلية إلى رقمية سيكون 12 ألف عينة في الثانية الواحدة.

كما هو واضح من الرسم، هنالك حيز حماية ترددي (Guard Band) وقيمته 2 kHz. يجب أن يكون تردد القطع f_c للمرشح المستخدم في المستقبل ضمن مجال حيز الحماية الترددي وفقاً للعلاقة التالية:

$$5 \text{ kHz} < f_c < 7 \text{ kHz}$$

إن عدم وجود حيز حماية ترددي كافٍ يصعب عملية تصميم المرشح وبالتالي عدم إمكانية استرجاع الإشارة الأصلية بالجودة المطلوبة.



الشكل (٢- ١٦) حل مثال ٢- ٥

مثال ٢- ٦

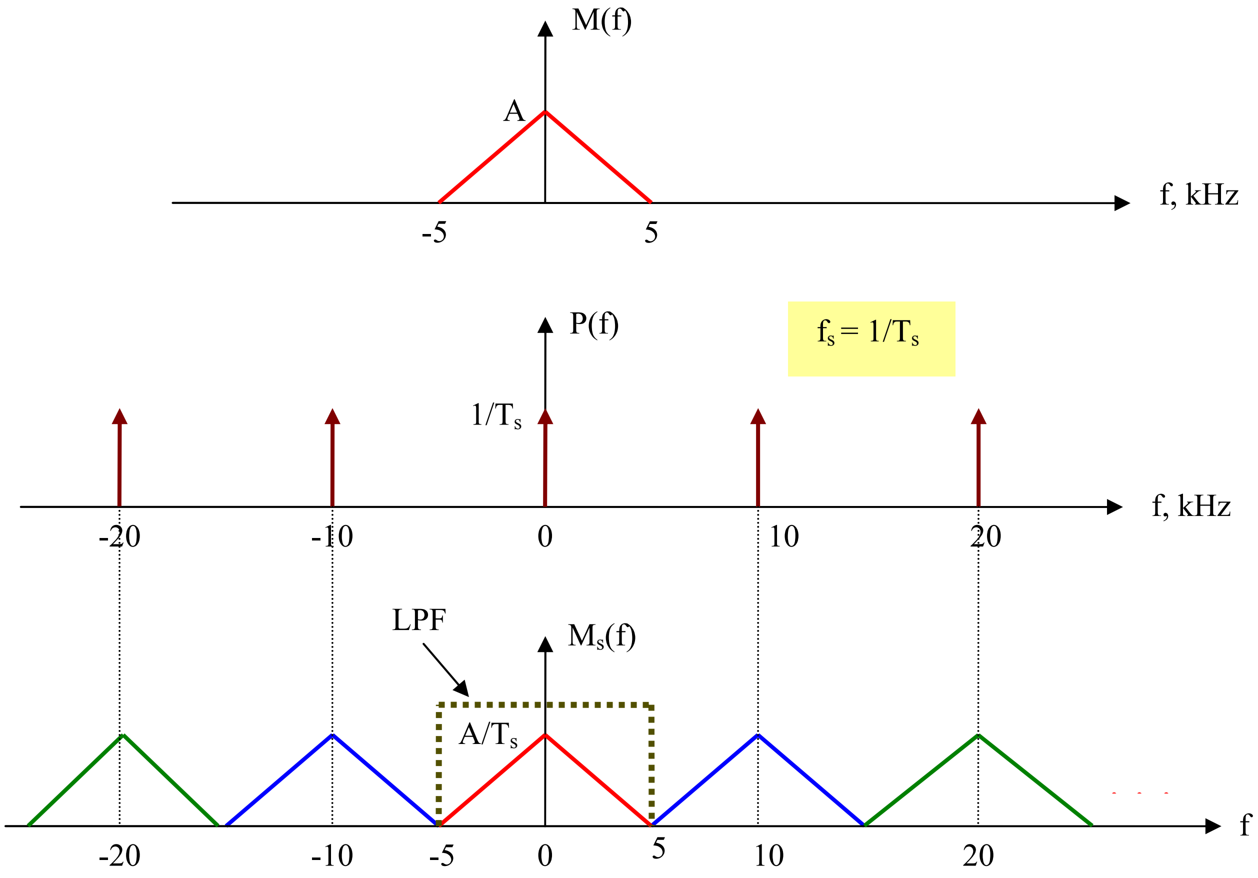
لديك إشارة تماثلية $m(t)$ (الشكل ٢- ١٧) يراد أخذ عيناتها من أجل تحويلها إلى إشارة رقمية. ارسم الطيف الترددي لإشارة العينات على اعتبار أن تردد العينات f_s يساوي تردد Nyquist.

الحل:

من الشكل ٢- ١٧ يتضح أن أعلى تردد للإشارة $m(t)$ هو 5kHz وبالتالي فإن تردد العينات يساوي:

$$f_s = 2 \times 5 \text{ kHz} = 10 \text{ kHz}$$

كما هو واضح من الرسم، لا يوجد حيز حماية ترددي (Guard Band) بين مكونات الطيف الترددي، مما يصعب عمل المرشح.



الشكل (٢- ١٧) حل مثال ٢- ٦

مثال ٢- ٧

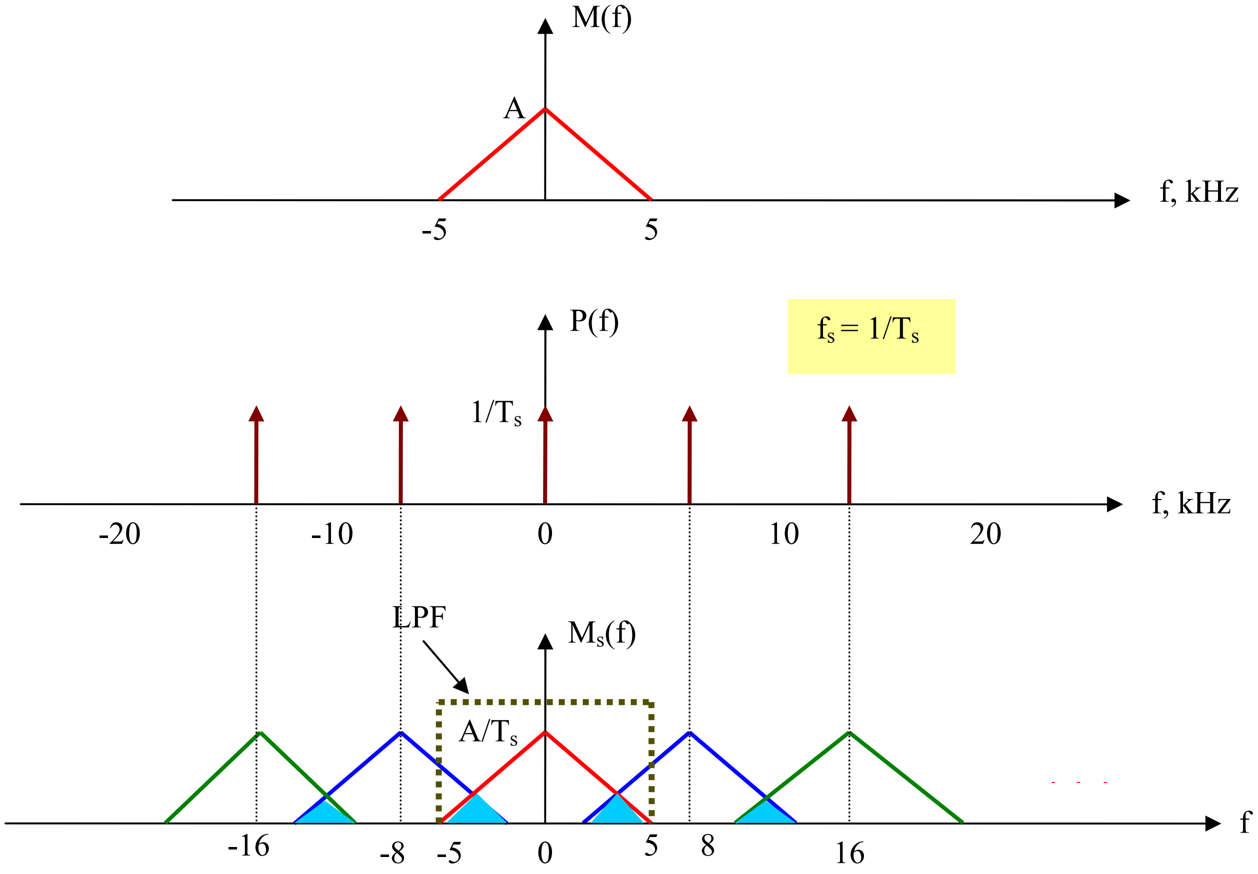
لديك إشارة تماثلية m(t) (الشكل ٢- ١٨) يراد أخذ عيناتها من أجل تحويلها إلى إشارة رقمية. ارسم الطيف الترددي لإشارة العينات على اعتبار أن تردد العينات f_s بمعدل ٢٠٪ أقل من تردد Nyquist.

الحل:

من الشكل ٢- ١٨ يتضح أن أعلى تردد للإشارة m(t) هو 5kHz وبالتالي فإن تردد العينات يساوي:

$$f_s = (1 - 0.2) \times 2 \times 5 \text{ kHz} = 8 \text{ kHz}$$

كما هو واضح من الرسم،لا يوجد حيز حماية ترددي (Guard Band) وأيضاً هنالك تداخل بين مكونات الطيف الترددي (المنطقة المظللة) والذي يسمى (Aliasing) مما يؤدي لتشويه الإشارة ويتسبب بمشكلة في عملية الاستقبال. لا يمكن للمرشح أن يعمل بالشكل الصحيح في مثل هذه الحالة لأننا اخترنا تردد عينات خاطئ.



الشكل (٢- ١٨) حل مثال ٢- ٧

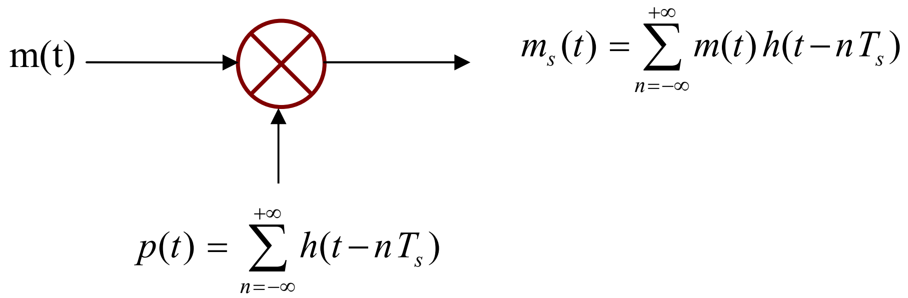
٢- ٤- ٣ أخذ العينات الطبيعي Natural Sampling

إن ما يميز الطريقة الطبيعية لأخذ العينات هو استخدام إشارة النبضات العادية p(t) والتي سوف تقوم بتقطيع الإشارة التماثلية m(t) وتحويلها إلى عينات عند نقاط زمنية محددة T_s. إن الإشارة الناتجة هي مجموعة من العينات المتباعدة عن بعضها البعض بمقدار T_s والتي سنرمز لها بالرمز $m_s(t)$.

$$p(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(t-nT_s) \qquad (11\text{-}2)$$

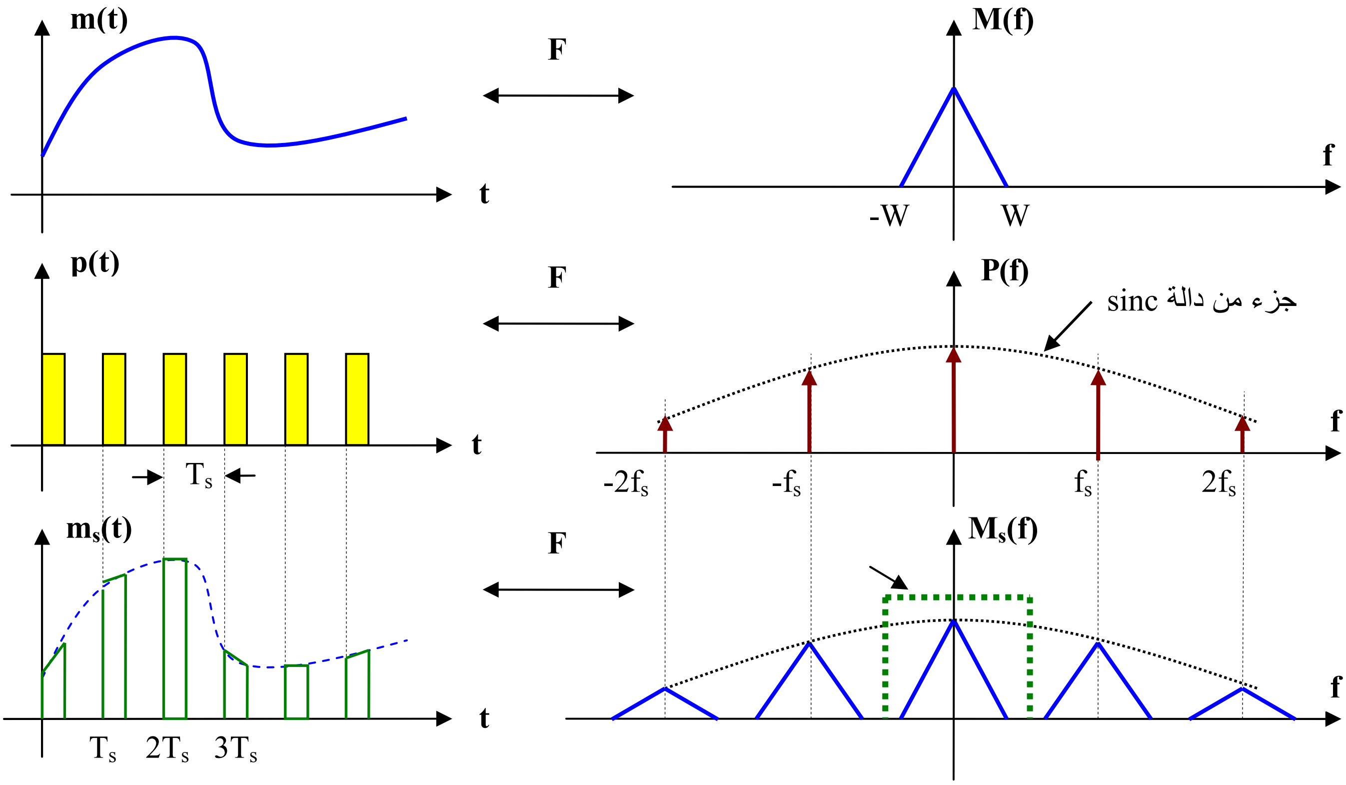
حيث تمثل h(t) دالة للتعبير عن قيمة النبضة ($h(t)=1$ for $0\le t\le \tau$, $h(t)=0$ otherwise).

يوضح الشكل ٢- ١٨ المخطط البسيط لعملية أخذ العينات الطبيعية.



الشكل (٢- ١٩) مخطط عملية أخذ العينات الطبيعية

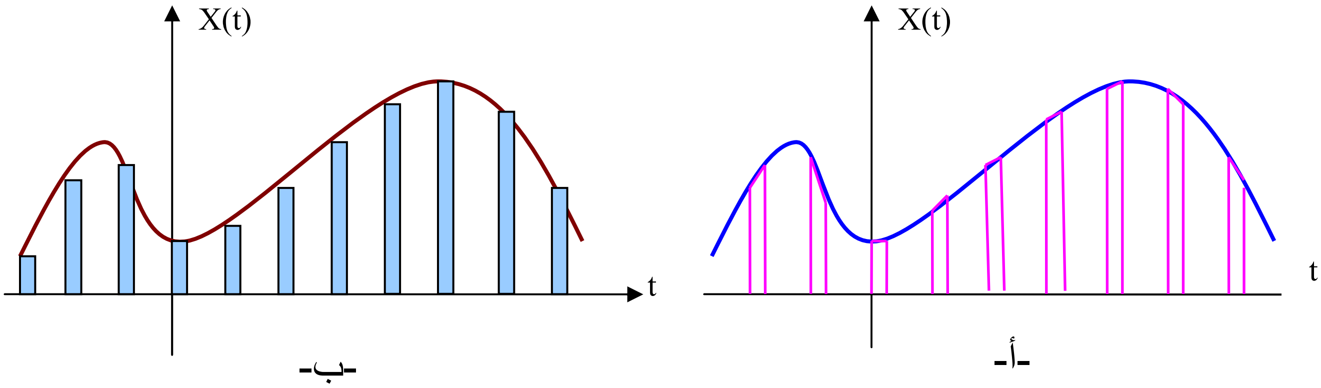
يظهر الشكل ٢- ٢٠ عملية أخذ العينات لإشارة تماثلية، حيث تظهر جميع الإشارات بدلالة الزمن وما يقابلها في المجال الترددي.



الشكل (٢- ٢٠) عملية أخذ العينات الطبيعية

ملحوظة: بالنسبة للإشارة P(f) فإنها تستمر إلى ما لا نهاية و تتقاطع مع الصفر في نقاط محددة، حيث إن أول نقطة تقاطع مع الصفر تكون عند $f = 1/\tau$. أما بقية النقاط فهي مضاعفات النقطة الأولى. نفس الوضع سينعكس على الإشارة $M_s(f)$.

هنالك نوعان من أخذ العينات الطبيعية؛ الأول ذو المستوى الثابت (Flat-top) والثاني ذو المستوى الطبيعي (Natural Sampling). المقصود بالمستوى الثابت أن قمة النبضات في إشارة العينات تكون ذات قيمة ثابتة، أما المستوى الطبيعي فإن قمة النبضات في إشارة العينات لا تكون ذات قيمة ثابتة إنما تتغير وفقاً لقيم الإشارة التماثلية. لتوضيح ذلك، انظر الشكل ٢- ٢١.



الشكل ٢- ٢١ عملية أخذ العينات، الطبيعية (أ) وذات القمة الثابتة (ب)

في الواقع العملي، تستخدم عملية أخذ العينات من نوع القمة الثابتة للنبضات، وذلك لسهولتها من الناحية التطبيقية.

أسئلة وتمارين

١- ما هو المقصود بعملية أخذ العينات؟

٢- ما الفرق بين أخذ العينات المثالي والطبيعي؟

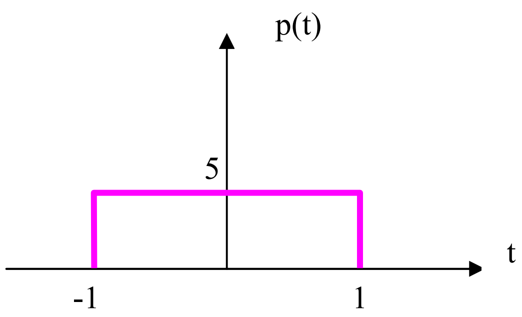
٣- ارسم الإشارات التالية:

أ- $4\,\delta(t-7)$ ب- $-5\,\delta(t+3)$ ج- $12\,\delta(t+9)$

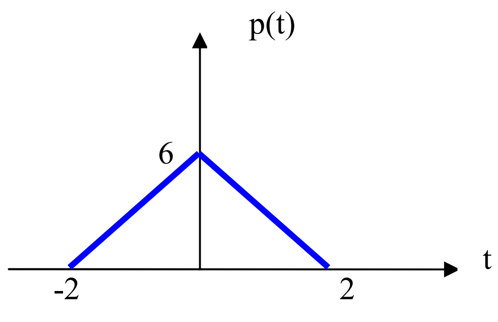
٤- ارسم الإشارة التالية:

$$P(t) = \sum_{n=-5}^{+8} 4\,\delta(t - nT_s)$$

٥- أوجد تحويل فوريير للإشارة التالية:



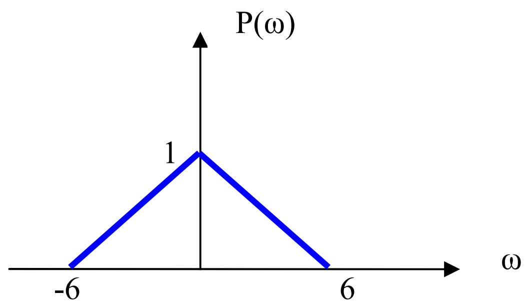
٦- أوجد تحويل فوريير للإشارة التالية:



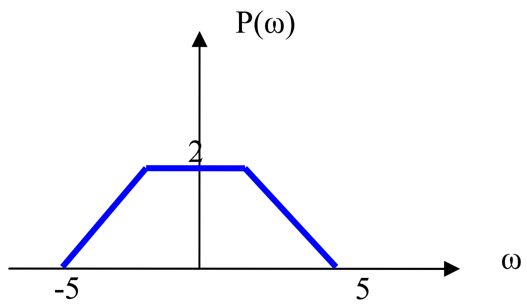
٧- ما هي مواصفات إشارة النبضة المثالية $\delta(t)$؟

٨- لماذا نلجأ إلى استخدام عملية أخذ العينات في الاتصالات الرقمية؟

٩- لديك إشارة تماثلية $x(t)$ طيفها الترددي موضحاً على الشكل أدناه، يراد أخذ عيناتها من أجل تحويلها إلى إشارة رقمية. ارسم الطيف الترددي لإشارة العينات على اعتبار أن تردد العينات f_s بمعدل ٢٥٪ أعلى من تردد Nyquist.



١٠- لديك إشارة تماثلية $x(t)$ طيفها الترددي موضحاً على الشكل أدناه، يراد أخذ عيناتها من أجل تحويلها إلى إشارة رقمية. ارسم الطيف الترددي لإشارة العينات على اعتبار أن تردد العينات f_s بمعدل ١٠٪ أقل من تردد Nyquist.



١١- أوجد حيز الحماية الترددي لكل من الحالات التالية:

أ- $W = 10kHz$ وتردد العينات f_s أعلى من Nyquist بمقدار 20%.

ب- $W = 8kHz$ وتردد العينات f_s أعلى من Nyquist بمقدار 40%.

ج- $W = 4kHz$ وتردد العينات f_s يساوي معدل Nyquist.

د- $W = 15kHz$ وتردد العينات f_s أقل من Nyquist بمقدار 20%.